

Paweł S. Dąbrowski

PRZESTRZENNE ROZWINIĘCIA CHMUR PUNKTÓW

podstawy teoretyczne oraz przykłady aplikacyjne

Gdańsk 2024

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Dariusz Mikielewicz

REDAKTOR PUBLIKACJI NAUKOWYCH

Michał Szytłowski

RECENZENCI

Radosław Baryła

Czesław Suchocki

REDAKCJA JĘZYKOWA

Agnieszka Frankiewicz

SKŁAD I PROJEKT OKŁADKI

Ireneusz Jelonek

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem
<https://www.sklep.pg.edu.pl>

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiegokolwiek formie
i w jakikolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy.

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej,
Gdańsk 2024

ISBN 978-83-7348-919-6

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Wydanie I. Ark. wyd. 10,4, ark. druku 10,12, 284/1253

Druk i oprawa: Volumina.pl Sp. z o.o.
ul. Księcia Witolda 7-9, 71-063 Szczecin, tel. 91 812 09 08

SPIS TREŚCI

1. Wstęp	5
2. Skaniny laserowy jako metoda pozyskiwania danych geoprzestrzennych.....	10
2.1. Ogólna zasada działania skanerów laserowych.....	11
2.2. Dokładność skanerów laserowych.....	13
2.3. Chmura punktów jako produkt skanowania laserowego	15
2.4. Procedura pomiaru terenowego oraz rejestracji i georeferencji chmur punktów	16
3. Odwzorowania kartograficzne	22
3.1. Zarys teorii odwzorowań kartograficznych	23
3.2. Klasyfikacja odwzorowań kartograficznych.....	28
3.3. Przykłady aplikacyjne wybranych odwzorowań kartograficznych	30
3.3.1. Odwzorowanie azymutalne równopolowe Lamberta.....	30
3.3.2. Odwzorowanie walcowe równopolowe Lamberta	32
3.3.3. Odwzorowanie walcowe poprzeczne równokątne Lamberta	34
3.3.4. Odwzorowanie walcowe normalne równokątne Merkatora.....	36
3.3.5. Odwzorowanie pseudowalcowe równopolowe Sansona.....	38
3.3.6. Odwzorowanie walcowe poprzeczne równoodległościowe Cassiniego–Soldnera	39
3.4. Zastosowanie klasycznych odwzorowań kartograficznych w przestrzennych rozwinięciach chmur punktów	41
4. Metody przetwarzania chmury punktów	44
4.1. Obecne rozwiązania.....	44
4.2. Pierwotne powierzchnie geometryczne obiektów symetrycznych.....	46
4.3. Przestrzenne rozwinięcia chmur punktów walcowych obiektów symetrycznych.....	51
4.3.1. Oś konstrukcyjna walcowych obiektów symetrycznych.....	52
4.3.2. Pionizacja chmur punktów pochyłych walcowych obiektów symetrycznych.....	59
4.3.3. Funkcje odwzorowawcze przestrzennego rozwinięcia chmur punktów walcowych obiektów symetrycznych.....	63
4.3.4. Pochyłość osi konstrukcyjnej a poprawność geometryczna przestrzennego rozwinięcia chmury punktów walcowych obiektów symetrycznych.....	65

4.3.5. Zdefiniowany funkcyjnie przekrój poprzeczny obiektu symetrycznego.....	69
4.3.6. Zniekształcenia odwzorowawcze walcowego przestrzennego rozwinięcia chmury punktów	72
4.4. Przestrzenne rozwinięcia chmur punktów sferycznych i elipsoidalnych obiektów symetrycznych.....	83
4.4.1. Parametry geometryczne definiujące sferyczne i elipsoidalne obiekty symetryczne.....	84
4.4.2. Układy współrzędnych krzywoliniowych sferycznych i elipsoidalnych obiektów symetrycznych	85
4.4.3. Funkcje odwzorowawcze przestrzennego rozwinięcia chmur punktów sferycznych obiektów symetrycznych	89
4.4.4. Funkcje odwzorowawcze przestrzennego rozwinięcia chmur punktów elipsoidalnych wydłużonych obiektów symetrycznych.....	93
5. Algorytmy metody najmniejszych kwadratów w przestrzennych rozwinięciach chmur punktów.....	99
5.1. Wpasowanie okręgu w zbiór punktów z zastosowaniem metod M-estymacji.....	99
5.1.1. Podstawy teoretyczne metod M-estymacji.....	100
5.1.2. Test numeryczny.....	105
5.2. Wpasowanie prostej w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej z zastosowaniem totalnej metody najmniejszych kwadratów	109
5.2.1. Wpasowanie prostej w zbiór punktów trójwymiarowych	109
5.2.2. Testy numeryczne.....	113
6. Aplikacje praktyczne metody kartograficznego zobrazowania chmury punktów	117
6.1. Rozwinięcie na pobocznice walca – wieża telekomunikacyjna	117
6.2. Rozwinięcie na pobocznice walca – kolejowa wieża ciśnień.....	123
6.3. Rozwinięcie na powierzchnię sfery – planetaria	131
6.4. Rozwinięcie na powierzchnię elipsoidy wydłużonej – sklepienie budynku sakralnego.....	139
7. Podsumowanie.....	144
Bibliografia	146
Streszczenie w języku polskim	159
Streszczenie w języku angielskim	161

1. WSTĘP

Nowoczesne techniki pomiarowe zapewniają pozyskiwanie coraz większych ilości danych w coraz krótszym czasie. Wraz ze wzrostem wskaźników wydajności i efektywności poprawiają się parametry dokładnościowe wyznaczanych wielkości. Jednym z najszybciej rozwijających się narzędzi pozyskiwania danych przestrzennych jest naziemny skaning laserowy (*terrestrial laser scanning*, TLS), który dzięki pełnej automatyzacji (Shan, Toth 2018; Vosselman, Maas 2010) oraz elektrooptycznej metodzie pomiaru odległości (Heritage, Large 2009) eliminuje konieczność bezpośredniego dostępu do mierzonego obiektu i w dużym stopniu minimalizuje możliwość wystąpienia błędów przypadkowych po stronie operatora urządzenia (Riveiro i in. 2013). Wykonane dla każdego pomierzonego punktu obserwacje geodezyjne w postaci kątów poziomego i pionowego oraz odległości służą do wyznaczenia współrzędnych ortokartezjańskich w lokalnym trójwymiarowym układzie współrzędnych (Soudarissanane 2016). Zbiór punktów pomierzonych na danym stanowisku, określany terminem chmura punktów, stanowi dyskretną reprezentację numeryczną otoczenia skanera laserowego (Reshetyuk 2009), która z pomocą odpowiednich bibliotek (Rusu, Cousins 2011) może być wyświetlana w przestrzeni modelu oprogramowania. Postępująca miniaturyzacja modułów oraz sukcesywne udoskonalanie ich parametrów diametralnie zmieniają możliwości wykorzystania rozmaitych urządzeń elektronicznych (Misra, Enge 2006). Stąd również w dziedzinie naziemnego skaningu laserowego można zaobserwować minimalizację i zwiększającą się kompaktowość kolejnych generacji skanerów (Lachat i in. 2017a; Muralikrishnan 2021).

Prezentacja i opracowanie wyników pomiarów przeprowadzonych w technologii TLS, z racji powszechnego występowania wielomilionowych chmur punktów, wymagają stosowania stacji roboczych o dużej mocy obliczeniowej (Stein 2018). Mnogość tworzonych opracowań pochodnych świadczy o przydatności metody m.in. w badaniach nad strukturą i stabilnością obiektów budowlanych (Aryan i in. 2021; Pesci i in. 2013), rekonstrukcji (Lubowiecka i in. 2011; Scopigno i in. 2011), analizach geomorfologicznych (Abellán i in. 2009; Barbarella i in. 2013; Du, Teng 2007; Kandrot 2024; Schwalbe i in. 2008) czy leśnictwie precyzyjnym (Ratajczak, Wężyk 2015; Skowronski i in. 2014; Wezyk i in. 2007). Dyskretny charakter chmur punktów stanowi szerokie pole badań do wykrywania w nich obiektów o określonej geometrii (Hu i in. 2021; Serna i in. 2014; Zhu, Hyypä 2014) oraz tworzenia na ich podstawie modeli trójwymiarowych (Levoy i in. 2000; Specht i in. 2016; Tang i in. 2010). Spektrum zastosowań TLS jest również poszerzone o analizy parametrów odbicia wiązki lasera i wnioskowania o ich cechach fizykochemicznych (Junttila i in. 2017). Jednak we wszystkich wymienionych aspektach ważną rolę odgrywa prawidłowa interpretacja treści chmury punktów jako zobrazowania stanu rzeczywistego środowiska (Vosselman, Maas 2010). W zastosowaniach bazujących

na manualnym lub półautomatycznym opracowaniu danych szczególnie miejsce zajmuje kwestia wzajemnego przysłaniania się punktów w chmurze (Dabrowski, Specht 2019). Punkty znajdujące się na tych samych kierunkach w rzucie ortogonalnym lub perspektywicznym utrudniają, a często wręcz uniemożliwiają jednoznaczny identyfikację poszczególnych elementów strukturalnych obiektów (Barnard 1983). Mimo możliwości ustawiania widoku chmury punktów z różnych kątów i pozycji pozyskanie z niej szczegółowych danych geometrycznych często wymaga dodatkowych działań, takich jak np. stosowanie ograniczeń wyświetlanego fragmentu przestrzeni (Abbas i in. 2013; Dewez i in. 2016), w wyniku czego prezentowane są jedynie istotne punkty z pominięciem pozostałych znajdujących się na tym samym kierunku.

Wobec istniejących ograniczeń i niedogodności zasadne jest pytanie dotyczące możliwości poprawy warunków prowadzenia analiz przestrzennych i wnioskowania w trójwymiarowej przestrzeni chmur punktów. W efekcie została opracowana metoda wykonywania tzw. przestrzennych rozwinięć chmur punktów (Dabrowski, Specht 2019), która ma na celu stworzenie alternatywnej formy prezentacji złożonej struktury chmury punktów. Numerycznemu opracowywaniu chmur punktów, w świetle dotychczasowych publikacji oraz zastosowań aplikacyjnych, podlegają najczęściej nieprzetworzone dane pomiarowe. Poza rejestracją, będącą klasyczną transformacją 7-parametrową (Gruen, Akca 2005; Ji i in. 2015), nie podlegają one zmianie struktury wewnętrznej. Transformacja polega na wykonaniu sekwencji odpowiednich obrotów elementarnych wobec osi układu współrzędnych, translacji o wektor oraz uwzględnieniu współczynnika zmiany skali (Heritage, Large 2009; Vosselman, Maas 2010). Zarejestrowana chmura punktów podlega zatem procesowi dalszego narastania jej stopnia złożoności, co nie wpływa korzystnie na jej przejrzystość i czytelność. Stąd celem pracy było stworzenie metody przekształcenia pierwotnej chmury punktów do postaci rozwinięć przestrzennych z dominującym w wymiarze geometrycznym parametrem szerokości. Skupiono się na obiektach mających cechy symetrii, których powierzchnie można poddać odwzorowaniu na inną powierzchnię (Biernacki 1949). Wykorzystując cechę regularności obiektów, można utworzyć harmonijny i logiczny zbiór przestrzenny, który nie traciłby dotychczasowych danych przestrzennych i dzięki swojej innowacyjnej formie otworzyłby nowe możliwości wnioskowania i analizowania chmur punktów.

Kształt symetrycznych obiektów budowlanych, infrastrukturalnych i innych odpowiada konkretnej bryle geometrycznej. Przykładowo chłodnie kominowe przyjmują kształt hiperboloid (Ledwoń, Golczyk 1967), a sklepienia wypukłe – kształt sfer (Aita i in. 2017). Stosując odpowiednie metody estymacji kształtu podstawowego pomierzonych obiektów na podstawie ich reprezentacji punktowej (Andrews, Séquin 2014; Li, Griffiths 2004), można wyznaczyć powierzchnię referencyjną, do której można odnieść geometrycznie chmurę punktów. Zważywszy na fakt, że wszystkie wyznaczone w ten sposób powierzchnie podstawowe mają swoje krzywoliniowe linie parametryczne (Arfken i in. 2013; Korn, Korn 2017), można wyznaczyć ortokartezjańskie współrzędne punktów w chmurze za pomocą ich krzywoliniowych odpowiedników. Należy wziąć pod uwagę to, że znaczna

większość punktów z chmury nie należy do idealnej matematycznie powierzchni, estymowanej z reprezentatywnego zbioru punktów. Stąd też kolejnym zagadnieniem jest określenie sposobu wyrażania wzajemnej topologii punkt–powierzchnia. Zadanie to można zrealizować poprzez określenie odległości danego punktu od powierzchni pierwotnej oraz rozróżnienie, po której stronie powierzchni znajduje się punkt.

Po przeprowadzeniu parametryzacji chmury punktów w układzie współrzędnych krzywoliniowych powierzchni podstawowej możliwe jest wykonanie przekształcenia zmieniającego formę przestrzenną pierwotnej chmury punktów. W kartografii matematycznej, zajmującej się metodami obrazowania elipsoidalnej lub sferycznej aproksymacji globu ziemskiego na płaszczyznę, wykształciły się liczne sposoby przedstawiania wybranych fragmentów planety, m.in. dla celów nawigacyjnych czy gospodarczych (Gajderowicz 2009; Grafared i in. 2014; Grafared, Krumm 2006; Lapaine, Usery 2017; Sawicki 1960). Ściśle matematyczny aspekt teorii odwzorowań kartograficznych (Biernacki 1973; Różycki 1978) może w przypadku rozwinięcia przestrzennych chmur punktów posłużyć jako narzędzie do stworzenia nowych trójwymiarowych metod obrazowania. Istotnym punktem rozważań kartografii są zniekształcenia odwzorowawcze, których obecności nie można wyeliminować, a można jedynie dobierać odpowiednie odwzorowania do oczekiwanych celów, np. poprzez zachowanie warunku równopolewości bądź równokątności map (Galon 1951; Urbański, Czapczyk 1992).

Formuły przestrzennego rozwinięcia chmury punktów, podobnie jak w kartografii, zachowują zasadę unikalności, tj. jednoznacznego przypisania punktowi na powierzchni oryginału punktu na powierzchni obrazu (Gajderowicz 2009). Tym samym tworzony jest nowy zbiór przestrzenny określony funkcjami odwzorowawczymi, które tym się różnią od klasycznych funkcji kartograficznych, że wprowadzają w obrazie trzeci wymiar – wertykalny. Współrzędna ta związana jest z topologią powierzchni podstawowa–punkt i w niniejszej pracy określana jest terminem parametr głębokości. Przeniesienie płaskiego odwzorowania mapowego w trzeci wymiar stwarza nowe możliwości prezentowania obrazu całej pierwotnej chmury punktów jednocześnie. Należy w tym miejscu zaznaczyć, że powstający zbiór przestrzenny również jest chmurą punktów. Tym samym jest on także obarczony wspomnianymi wcześniej uwarunkowaniami (jak np. wzajemne przesłanianie się punktów), choć stopień tych niedogodności jest niewspółmiernie mniejszy. Przestrzenne rozwinięcie chmury punktów obiektu symetrycznego pozwala na tworzenie w przestrzeni trójwymiarowej rzutów ortogonalnych i perspektywicznych, które ukazują cechy geometryczne pomierzonego obiektu w sposób nowatorski i niedostępny bezpośrednio w oryginalnym zbiorze danych. Stworzone narzędzie umożliwia ukazanie w czytelny i przejrzysty sposób całej złożoności obiektu symetrycznego w ramach jednego opracowania. Korzystnym rozwiązaniem jest stosowanie kilku rzutów, które w wyczerpujący sposób ukazują wiele parametrów geometrycznych (Dabrowski, Specht 2019).

Obiekty symetryczne mające jedną lub więcej osi symetrii zawierają niekiedy elementy konstrukcji, które odbiegają od zakładanego regularnego kształtu geometrycznego. Spostrzeżenie to otwiera nowe zagadnienie numerycznego przekształcenia struktury

chmury punktów na podstawie właściwości geometrycznych bryły obiektu. W takim przypadku niezbędne jest właściwe określenie pierwotnej powierzchni oraz zdefiniowanie zależności funkcyjnej, na drodze której następowało jej przekształcenie. Opracowana metoda przetwarzania danych wykorzystuje teorię powierzchni oraz adaptuje wybrane odwzorowania kartograficzne do poszerzenia zakresu prowadzenia analiz geometrycznych w chmurach punktów obiektów symetrycznych.

Dalsza część pracy składa się z pięciu rozdziałów:

Rozdział 2. *Skaning laserowy jako metoda pozyskiwania danych geoprzestrzennych* stanowi prezentację stanu nauki i techniki w dziedzinie naziemnego skaningu laserowego oraz aktualnych sposobów przetwarzania wyników pomiarów. Ponadto omówiono stosowane technologie, błędy pomiarowe, zasadę działania oraz produkt skanowania laserowego – chmurę punktów.

Rozdział 3. *Odwzorowania kartograficzne* zawiera przegląd literatury w zakresie odwzorowań kartograficznych w kontekście omawianych rozwiązań. Scharakteryzowano je pod względem stosowanych powierzchni oryginałów oraz ich podstaw analitycznych. Rezultatem analizy są wnioski dotyczące kryteriów wyboru poszczególnych odwzorowań pod kątem ich zasadności i funkcjonalności.

Rozdział 4. *Metody przetwarzania chmury punktów* zawiera rozważania dotyczące aktualnych sposobów aplikacyjnego wykorzystania skaningu laserowego oraz głównego przedmiotu pracy, tj. odwzorowania chmury punktów z użyciem rozwinięć przestrzennych. Szczegółowej analizie poddano proces określania powierzchni pierwotnych i elementów symetrii obiektów symetrycznych. Część rozważań poświęcono zagadnieniu zniekształceń odwzorowawczych.

Rozdział 5. *Algorytmy metody najmniejszych kwadratów w przestrzennych rozwinięciach chmur punktów* stanowi omówienie sposobów wyznaczania wybranych parametrów geometrycznych mających znaczenie z punktu widzenia rozwinięć przestrzennych. Szczególny nacisk położono na wyrównanie odporne, które umożliwia uzyskanie bardziej wiarygodnych wyników niż klasyczne podejście nieodporne.

Rozdział 6. *Aplikacje praktyczne metody kartograficznego zobrazowania chmury punktów* zawiera wybrane przykłady zastosowania opracowanej metodyki na symetrycznych obiektach walcowych, sferycznych oraz elipsoidalnych.

Celem pracy jest zaprezentowanie nowej metody oceny geometrycznej oraz ilościowej obiektów symetrycznych. Elementem nowatorskim jest uniwersalna metodyka przeprowadzania procesu analizy kształtu obiektów. W każdym z przedstawionych przypadków konieczne jest określenie powierzchni referencyjnej odpowiadającej parametrom geometrycznym konstrukcji. Zastosowane metody estymacji oraz geodezyjnego rachunku wyrównawczego umożliwiają wskazanie rozmiaru i orientacji przestrzennej bryły. Parametryzacja nowych miar geometrycznych wymagała adaptacji klasycznych funkcji kartograficznych oraz rozwinięcia ich do trzeciego wymiaru obrazu odwzorowywanych obiektów symetrycznych. Zakres analiz przestrzennych możliwych do realizacji w przetworzonych zbiorach danych został w istotny sposób poszerzony względem rozwiązań dostępnych

obecnie w dziedzinie teledetekcji. Wymienione cechy pracy stanowią czynnik uniwersalności opracowanej metody polegający na możliwości zastosowania analogicznego podejścia w odniesieniu do innych obiektów symetrycznych.

Zaproponowane rozwiązania uzupełniają lukę pomiędzy trójwymiarową prezentacją dużej ilości danych a klasycznymi metodami analiz kształtu i deformacji struktury przestrzennej obiektów. Alternatywna postać chmury punktów obrazujących powyższe dane w formie rozwinięcia przestrzennego z parametrem głębokości umożliwia efektywniejsze wnioskowanie na temat geometrii obiektu. Dodatkowo rozwinięcie wprowadza dodatkowe parametry geometryczne niedostępne wprost w oryginalnym zbiorze danych. Hipotezę pracy stanowi zatem stwierdzenie, że istnieje możliwość wyboru i adaptacji takiego odwzorowania kartograficznego lub innego przekształcenia chmury punktów, które umożliwiłoby pozyskanie dodatkowej informacji o cechach geometrycznych obiektów symetrycznych.